

Hajdú-Bihar megyei középiskolák matematika versenye 2014/2015

12. évfolyam

1. Egy mértani sorozat első eleme 5, huszadik eleme 0,4. Mekkora a sorozat első húsz elemének a szorzata?
2. Egy TV-s vetélkedőn pénznyereményt lehet nyerni. A zsűri a nyerhető összegeket 40 darab borítékba tette bele, és egy forgatható korongban helyezte el a következőképpen: 15 darab borítékban 60 000 Ft, 10 darab borítékban 50 000 Ft, 8 darab borítékban 40 000 Ft és 3 darab borítékban 10 000 Ft értékű nyeremény van. A versenyző, a korong megpörgetése után, találmra két borítékot választ ki. Mi a valószínűsége annak, hogy a kiválasztott két borítékban összesen 60 000 Ft lesz a nyeremény összege?
3. Az a, b, c, d, e, f, g nemnegatív számok összege 1.
Válasszuk ki az $a + b + c$; $b + c + d$; $c + d + e$; $d + e + f$; $e + f + g$ összegek közül a legnagyobbat. Mennyi lesz az így kapott értékek minimuma?
4. Egy gúla alaplapja az ABC háromszög, negyedik csúcsa a D pont. Az AD él harmadoló pontjai: H_1 és H_2 . (H_1 van A-hoz közelebb). A CD él harmadoló pontjai: T_1 és T_2 . (T_1 van C-hez közelebb.) Síkokat fektetünk a B, H_1, T_1 , illetve a B, H_2, T_2 pontokon át. Ezek a síkok a gúlát három részre vágják szét. Bizonyítsa be, hogy a középső rész térfogata a két szélső rész térfogatának a számtani közepe!
5. Igazolja, hogy minden valós x -re $(\sin x + 2 \cos 2x) \cdot (2 \sin 2x - \cos x) < 4,5$.